

Всероссийская олимпиада школьников по МАТЕМАТИКЕ 2024-25 года

Муниципальный этап

7 класс

Инструкция по выполнению работы

В каждой из предложенных вам задач нужно написать правильный ответ. Ответ может быть числовой, может быть строкой текста или рисунком. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. Никаких решений задач писать не нужно! Вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором НЕ разрешается.

Максимальное количество баллов — 100.

Время выполнения заданий — 240 минут.

Желаем успеха!

Задания

Задача 1. Вычислите значение выражения:

$$\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}} \right) \cdot 2$$

Задача 2. В какую степень надо возвести одночлен $(a^3b^2)^2$, чтобы получить $a^{24}b^{16}$?

Задача 3. Вокруг круговой трассы на равном расстоянии друг от друга стоят столбы, пронумерованные числами 1, 2, 3, ... по порядку. Столб номер 8 и столб номер 25 — диаметрально противоположны. Сколько всего столбов стоит вокруг трассы?

Задача 4. В примере на умножение $*7 \times 4* = 7*4$ три цифры заменили звездочками. Восстановите пример. В ответ нужно записать пример целиком.

Задача 5. В каждой клетке квадрата 4×4 Миша написал цифру 0 или 1 так, что в каждой строке и каждом столбце оказалось по две единицы и по два нуля. После этого он стер некоторые цифры, а две — обозначил буквами X и Y. Чему равны X и Y? Формат ответа: “X=10, Y=20”.

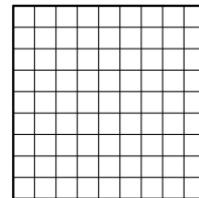
1		1	
		1	
	X		0
Y			

Задача 6. Перед Черной Пятницей товар сначала во вторник подорожал на 95%, а потом подешевел в четверг на 25%, а в пятницу подешевел еще на 20% (от цены четверга). а) (2 балла) Дешевле или дороже по сравнению с первоначальной ценой (до первого повышения) стал товар в пятницу? б) (3 балла) На сколько процентов от первоначальной цены?

Задача 7. Семь гномов добывали в шахте алмазы. Второй нашел на 3 алмаза больше, чем первый, третий — на 3 алмаза больше, чем второй, и так далее, ..., седьмой — на 3 алмаза больше, чем шестой. Оказалось, что пятый, шестой и седьмой гномы в сумме нашли столько же алмазов, сколько первый, второй, третий и четвертый вместе взятые. Сколько алмазов нашел шестой гном?

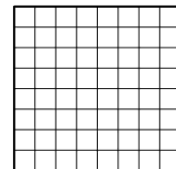
Задача 8. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между восемью семерками 7 7 7 7 7 7 7 7 знаки арифметических действий (+, −, ×, ÷) так, чтобы значение получившегося выражения стало равно 122. Можно использовать скобки. Необязательно использовать все знаки. В ответ запишите все выражение целиком. Цифры можно объединять в числа. Достаточно привести один пример.

Задача 9. Какое наименьшее число клеток надо закрасить на доске 9×9 так, чтобы **не нашлось** четырёхклеточного уголка , состоящего целиком из незакрашенных клеток? Уголок может быть повернут и перевернут любым способом. В ответе нужно **а)** (2 балла) указать количество и **б)** (3 балла) привести пример закрасенных клеток.



Задача 10. У Деда Мороза в мешке лежат 8 игрушек: три различные машинки, два различных мячика, один солдатик, один кубик и одна матрешка. Он вытаскивает из мешка наугад три игрушки (порядок вытаскивания не важен). Сколько вариантов у него есть вытащить три игрушки с разным названием?

Задача 11. Гриша разрезал квадрат 8×8 на фигурки вида  и квадратики 2×2 . Общая длина разрезов, которые он сделал, равна 58. Сколько квадратиков 2×2 у него получилось? Сторона клетки равна 1. *Фигурки могли быть повернуты и перевернуты.*



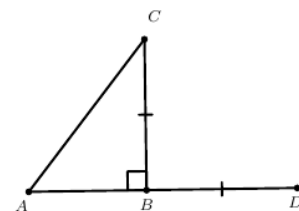
Задача 12. Старательный мальчик Витя раскрыл все скобки в выражении

$$(1 + 3x - x^2)(1 + 3x + x^2) + (x^2 + 3)^2 - 15x^2 - 1,$$

привел подобные слагаемые, а затем посчитал сумму всех коэффициентов у слагаемых в получившемся выражении (в том числе свободный член). Сколько у него получилось?

Задача 13. Из трехзначного числа вычеркнули среднюю цифру. Полученное число оказалось в 11 раз меньше исходного. Какое число могло быть изначально, если средняя цифра была равна 3? *Укажите все возможные ответы в любом порядке!*

Задача 14. Треугольник ABC — прямоугольный с прямым углом B . На продолжении стороны AB за точку B отметили точку D так, что $CB = BD$. Точка E на плоскости такова, что $DE = CB$, а расстояние между C и E — максимально возможное. Каков угол DBE ? *Ответ дайте в градусах.*



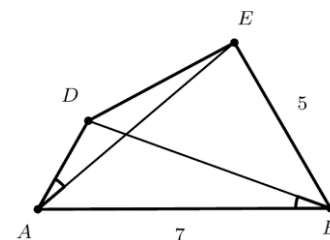
Задача 15. Дан ребус $ИА + ИА + \dots + ИА = ОСЁЛ$. Одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. В левой части всего N слагаемых $ИА$. Для какого наименьшего N этот ребус имеет решение? *В ответ запишите только число N .*

Задача 16. Алеша отметил на плоскости 5 различных точек. Потом он посчитал все треугольники с вершинами в этих точках. Какое число у него могло получиться? *Укажите все возможные ответы!*

Задача 17. Яша написал на 21 карточке все целые числа от -10 до 10 (каждое — по одному разу), а затем выбрал из них шесть карточек, среди чисел на которых нет двух противоположных. **а)** (1 балл) Какое наибольшее произведение чисел на карточках он мог получить? **б)** (4 балла) Сколькими способами он мог выбрать эти шесть карточек (без двух противоположных чисел), произведение чисел на которых будет наибольшим?

Задача 18. Петя нашел и записал на доску все трехзначные числа N , в которых a сотен, b десятков и c единиц. При этом цифра c есть остаток от деления N на 5, цифра b — остаток от деления N на 4, цифра a — остаток от деления N на 2. Затем Петя нашел сумму всех чисел, записанных на доске. Чему равна эта сумма?

Задача 19. В четырехугольнике $ABED$ известно, что $AB = 7$, $BE = 5$, $\angle DAB = \angle EBA = 60^\circ$, $\angle DAE = \angle DBA$. Найдите длину отрезка AD . *Картинка приведена только для пояснения, длины отрезков на ней не соответствуют условию задачи.*



Задача 20. Наташа придумала две новые операции: $x \circ y = (x + y)^2$ и $x \square y = (x - y)^2$. Найдите значение выражения $(x \circ y) \square (x \square y)$ при $x = 1/4$, $y = 2$.